EXERCICE N°1 — 4 points — P2008 — Espace

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A (3, 2,6) ; B (1, 2,4) et C (4, −2,5).

1°) a) Calcules les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

2°) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC).

Montrer que OH = $\frac{4}{3}$.

3°) Soit S la sphère de centre O et passant par A.

a) Justifier que l'intersection de S avec le plan (ABC) est un cercle $\mathscr{C}$ de centre H .

b) Calculer le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

EXERCICE N°2 — 5 points — P2008 — Analyse

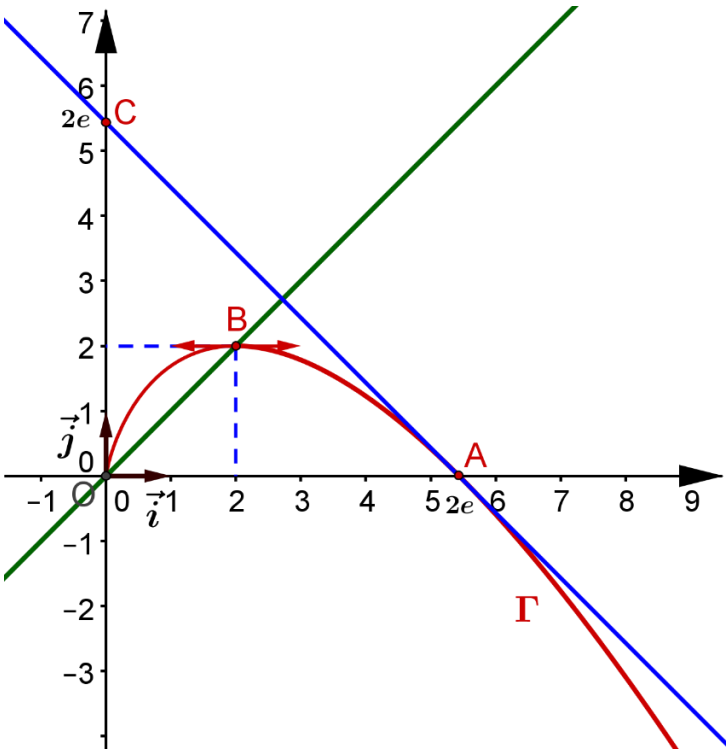
Dans le graphique ci-dessous :

Γ est la courbe représentative dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur l'intervalle [0 ;+∞[et dérivables sur [0 ;+∞[

■ Les points O, A et B appartiennent à Γ .

■ La droite (AC) est la tangente à f au point A.

■ Γ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de +∞.



1°) Par une lecture graphique :

a) Déterminer $f(0), f(2), f(2e), f'(2)$ et $f'(2e)$.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

c) Justifier que la restriction g de f à l'intervalle [2 ;+∞[admet une fonction réciproque g^{-1} et préciser l'ensemble de définition de g^{-1}.

2°) On admet que g est définie par $g(x) = x\,(1 + \ln 2 - \ln x)$, pour tout $x \geq 2$.

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de g et par $\mathscr{C}'$ celle de g^{-1} dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Tracer, les courbe $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

3°) Soit D la partie du plan limitée par les axes $\left(O;\vec{i}\right)$ et $\left(O;\vec{j}\right)$ et les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

a) Hachurer D.

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $\int_2^{2e} g(x)\,dx = e^2 - 3$

c) Calculer l'aire de D.

EXERCICE N°3 — 5 points — P2015 — Espace

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

On considère les points A(1,1,0), B(1,−1,2), C(0,1,1) et D(1,1 ;4).

1°) a) Montrer que A, B et C déterminent un plan qu'on notera (P).

b) Justifier que (P) est d'équation $x + y + z - 2 = 0$.

c) Vérifier que D n'appartient pas au plan (P).

2°) Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC et H le milieu du segment [AB].

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.

b) En déduire que H est le centre du cercle $\mathscr{C}$.

3°) Soit Δ la droite perpendiculaire au plan (P) passant par le point H.

justifier qu'une représentation paramétrique de Δ est $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$. .

4°) Soit M un point de Δ.

a) Justifier que MA=MB=MC.

b) Montrer qu'il existe un unique point I de Δ tel que IA=ID.

Donner ses coordonnées.

c) Déduire de ce qui précède, que les points A, B, C et D appartiennent à une même sphère (S) dont on précisera le centre et le rayon.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com